

مثالها

مثال ( درستی تساوی های زیر را تحقیق کنید .

$$21) \frac{1 - \tan^2(45 - \alpha)}{1 + \tan^2(45 - \alpha)} = \sin 2\alpha$$

$$22) \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} + \frac{2 \tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} = \sqrt{2} \sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$23) \cos^3 a \cdot \frac{\sin 3a}{3} + \sin^3 a \cdot \frac{\cos 3a}{3} = \frac{\sin 4a}{4}$$

$$24) \sin^4 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{3\pi}{8} + \sin^4 \frac{5\pi}{8} + \sin^4 \frac{7\pi}{8} = \frac{3}{2}$$

$$25) \cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8} = \frac{3}{2}$$

$$26) \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{4} \cdots \cos \frac{x}{2^n} = \frac{\sin x}{2^n \sin \frac{x}{2^n}}$$

$$27) \frac{4 \cos 2x}{\tan x + \cot x} = \sin 4x$$

$$28) \frac{4 \tan \alpha (1 - \tan^2 \alpha)}{(1 + \tan^2 \alpha)^2} = \sin 4\alpha$$

$$29) \frac{1 - \cot^2 g^2\left(\frac{\pi}{4} + a\right)}{1 + \cot^2 g^2\left(\frac{\pi}{4} + a\right)} = \sin 2a$$

$$30) \cot ga + \csc a = \cot g \frac{a}{2}$$

$$31) \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} = -\tan \frac{x}{2}, \pi < x < 2\pi$$

$$32) \frac{2(1 + \sin x)}{1 + \cos x} = \left(1 + \tan \frac{x}{2}\right)^2$$

$$33) 2 \cot gx \left( \frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\tan 2x} \right) = 2$$

$$34) \sin^4 \frac{\pi}{8} - \cos^4 \frac{\pi}{8} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$35) \sin^6 \frac{\pi}{8} + \cos^6 \frac{\pi}{8} = \frac{5}{8}$$

$$36) \tan^2 x + \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} = 1$$

$$37) \frac{3 \cot 75^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$38) \tan 20^\circ + 2 \cot g 40^\circ - \cot g 20^\circ = 0$$

$$39) \cot ga - \tan a - 2 \tan 2a - 4 \tan 4a = 8 \cot g 8a \quad 40) \frac{1 + \cos^2 x - 2 \cos x}{1 + \cos^2 x + 2 \cos x} = \tan^4 \frac{x}{2}$$

مثالها

$$41) \sin x \left( 1 + \tan x \tan \frac{x}{2} \right) = \tan x$$

$$42) \frac{1}{\cos 32^\circ} + \frac{1}{\tan 58^\circ} = \cot g 29^\circ$$

$$43) \cos 15^\circ \cos 25^\circ \cos 35^\circ \cos 85^\circ = \frac{1}{16}$$

$$44) \cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ = \frac{1}{8} \cot g 10$$

$$45) \sin 75^\circ \cdot \sin 135^\circ \sin 165^\circ = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$46) \frac{1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha} = \tan \alpha$$

$$47) \frac{\cos \alpha + \cos 2\alpha + 1}{\sin \alpha + \sin 2\alpha} = \cot g \alpha$$

$$48) \sin 18 \cdot \cos 36 = \frac{1}{4}$$

$$49) \cos x \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{8} = \frac{1}{16} \frac{\sin 2x}{\sin \frac{x}{8}}$$

$$50) \sin 10 \cos 40 \cos 50 = \frac{1}{4} \sin 20$$

$$51) \frac{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}{3 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}} = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$$

$$52) \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$53) \sin^2 \left( \frac{\pi}{4} + t \right) - \sin^2 \left( \frac{\pi}{4} - t \right) = \sin 2t$$

$$54) \tan \left( 30 + \frac{\theta}{2} \right) \cdot \tan \left( 30 - \frac{\theta}{2} \right) = \frac{2 \cos \theta - 1}{2 \cos \theta + 1}$$

$$55) \frac{3 + 4 \cos 4\alpha + \cos 8\alpha}{3 - 4 \cos 4\alpha + \cos 8\alpha} = \cot g^4 2\alpha$$

$$56) \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x}}} = \cos \frac{x}{4} \quad ; \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$57) \sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$58) \cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$59) \tan \frac{\pi}{8} - \cot g \frac{\pi}{8} = -2$$

$$60) \frac{\csc 4\theta + \cot g 4\theta}{\cot g \theta - \tan \theta} = \frac{1}{2}$$

مثالها

$$61) \tan x + \cot g 2x = \frac{1}{\sin 2x}$$

$$62) \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\tan x} = \cot g \frac{x}{2}$$

$$63) \frac{\tan^2 25 - \tan^2 20}{1 - \tan^2 25 \tan^2 20} = \tan 5$$

$$64) 64 \sin 10 \sin 20 \sin 30 \sin 40 \cdots \sin 90 = \frac{3}{4}$$

$$65) \frac{2 \sin \alpha \cos 3\alpha}{\sin 2\alpha} = 2 \cos 2\alpha - 1$$

$$66) \sin 3\alpha \cdot \sin^3 \alpha + \cos 3\alpha \cdot \cos^3 \alpha = \cos^3 2\alpha$$

$$67) \frac{\sin a - \cos a \cdot \tan \frac{a}{2}}{\cos a + \sin a \cdot \tan \frac{a}{2}} = \tan \frac{a}{2}$$

$$68) \tan 5x - \tan 3x - \tan 2x = \tan 5x \tan 3x \tan 2x$$

$$69) \cot g \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} - 2 \tan x - 4 \tan 2x = 8 \cot g 4x$$

$$70) \sin^4 \frac{\pi}{4} + \cos^4 \frac{\pi}{8} = \frac{3}{4}$$

$$71) \frac{\sin 12^\circ}{1 + \cos 12^\circ} = \tan 60^\circ$$

$$72) \sin^6 15^\circ + \sin^6 75^\circ = \frac{3}{16}$$

$$73) \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x} - \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = 2 \cot g 2x$$

مثال 74) اگر  $\sin x \cdot \cos^3 x - \cos x \sin^3 x = \frac{1}{4}$  باشد  $\sin 4x$  را بدست آورید.

مثال 75) اگر  $\tan x + \cot g x = 4$  باشد  $\sin 2x$  چقدر است ؟

مثال 76) اگر  $\tan(45^\circ - x) + \tan(45^\circ + x) = a$  باشد  $\cos 2x$  را بیابید.

مثال 77) اگر  $\sin x = \frac{2}{3}$  باشد،  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$  را بیابید.

مثال‌ها

**مثال 78)** در صورتیکه  $\sin x = -\frac{3}{7}$  و انتهای کمان  $x$  در ناحیه سوم باشد، نسبت‌های مثلثاتی کمانهای  $\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)$  و  $(2x - 3\pi)$  را حساب کنید.

**مثال 79)** اگر  $\cos x = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$  باشد مقدار  $\cos 4x$  را حساب کنید.

**مثال)**  $\min$  و  $\max$  مقدار هر یک از عبارات زیر را بدست آورید.

80)  $A = \sin^4 x + \cos^4 x$

81)  $B = \sin^6 x + \cos^6 x$

**مثال 82)** از رابطه  $\sin 36^\circ = \cos 54^\circ$  نسبت‌های مثلثاتی  $18^\circ$  و  $36^\circ$  را حساب کنید.

**مثال 83)** ثابت کنید اگر  $\sin^2 \alpha = \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma$  باشد آنگاه  $1 + \cos 2\alpha = \cos 2\beta + \cos 2\gamma$ .

**مثال 84)** ثابت کنید اگر  $\sin^2 \beta = \sin \alpha \cos \alpha$  باشد آنگاه،  $\cos 2\beta = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ .

**مثال 85)** ثابت کنید اگر  $\tan x = \frac{\sqrt{1+y} + \sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y} - \sqrt{1-y}}$  باشد، خواهیم داشت  $y = \sin 2x$  ( $y \neq 0, -1 < y < 1$ ).

**مثال 86)** ثابت کنید اگر گزاره  $\tan x \cdot \tan(x+y) = 3$  درست باشد، تساوی  $2 \cos(2x+y) + \cos y = 0$  را ثابت کنید.

$$\left(x, x+y \neq \frac{k\pi}{2}\right)$$

**مثال 87)** اگر داشته باشیم  $\sin x = \lambda \sin(\alpha - x)$  درستی تساوی  $\cot g \frac{\alpha}{2} = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cot g \left(x - \frac{\alpha}{2}\right)$  را ثابت کنید.

**مثال 88)** اگر  $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$  باشد  $\sin 2x$  را بیابید.

**مثال 89)** اگر  $x - y = \frac{\pi}{2}$  و  $\tan x - \tan y = 2$  باشد، مقدار  $\sin 2x$  را بدست آورید.

**مثال 90)** اگر  $\sin 2\alpha = \frac{7}{8}$  باشد  $\tan \alpha + \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$  را بدست آورید.

مثال‌ها

مثال 91) اگر  $\tan x + \frac{1}{\tan x} = 4 \cos 2x$  باشد  $\sin 4x$  چقدر است .

مثال 92) اگر  $\sin 2\alpha = \frac{1}{4}$  باشد  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$  را بدست آورید .

مثال 93) اگر  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$  باشد و  $\tan x = 2$  باشد  $\tan \frac{x}{2}$  را بیابید .

مثال 94) اگر  $5(\sin x + \cos x) = 2\sqrt{10}$  باشد، مقدار  $\tan x$  را بدست آورید .

مثال 95) اگر  $f\left(\tan \frac{x}{2}\right) = \cos x$  باشد، آنگاه  $f(2)$  را بدست آورید .

مثال 96) اگر  $\log \sin \frac{x}{2} = a$  باشد حاصل  $\log(3 - 4 \cos x + \cos 2x)$  را بیابید .

مثال 97) اگر  $2 \cos x = a + \frac{1}{a}$  باشد  $2 \cos 3x$  را بدست آورید .

مثال 98) اگر  $\cos x = \frac{3}{4}$  باشد،  $\tan \frac{x}{2}$  را محاسبه کنید .

مثال 99) اگر در مثلث  $ABC$  ،  $\angle A = 120^\circ$  باشد برای دو زاویه دیگر مثلث ثابت کنید  $\tan 3B + \tan 3C = 0$  .