مثال) عبارت های زیر را به حاصلضرب تبدیل کنید (قابل محاسبهٔ لگاریتمی) .

1) $A=\sin 7x+\sin 3x$

2) $A=\sin 4\alpha+\sin 4\beta$

3) $A=\sin(2x+y)+\sin(x+2y)$

4) $A=\sin 5x-\sin x$

5) $A=\sin(3x+y)-\sin(x+3y)$

6) $A=\sin\frac{3\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}$

7) $A=\cos 10x+\cos 4x$

8) $A=\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

9) $A=\cos 5\alpha+\cos 5\beta$

10) $A=\cos 12x-\cos 6x$

11) $A=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)-\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

12) $A=\cos 6\alpha-\cos 6\beta$

13) $A=\tan 7x+\tan x$

14) $A=\tan 6x-\tan 2x$

15) $A=\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\tan\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

16) $A=\cot g3x+\cot gx$

17) $A=\cot g7x-\cot g8x$

18) $B=\frac{\sin x+\sin 3x+\sin 5x+\sin 7x}{\cos x+\cos 3x+\cos 5x+\cos 7x}$

19) $A=\sin x+\cos x$

20) $B=\sin^2\alpha+\sin^2\beta-1$

21) $D=1+\cos\alpha+\cos\beta+\cos(\alpha+\beta)$

22) $A=\cot g^2x-3$

23) $A=2-\sin^2\alpha-\sin^2 2\alpha-\sin^2 3\alpha-\sin^2 4\alpha$

24) $A=\sin 13x+3\sin 11x+3\sin 9x+\sin 7x$

25) $A=\sin\alpha+\sin 3\alpha+\sin 9\alpha-\sin 5\alpha$

26) $A=\cos^2\alpha+\cos^2 2\alpha+\cos^2 3\alpha-\frac{3}{2}$

27) $A=\cos x+2\cos 2x+\cos 3x$

28) $A=\sin\alpha+2\sin 2\alpha+\sin 3\alpha$

29) $A=\cos^2(\alpha+\beta)-\sin^2\alpha$

30) $A=1+\cos\alpha+\cos 2\alpha$

31) $A=\dfrac{\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{3}\right)}{\cot g\alpha-\cot g\dfrac{\alpha}{2}}$

32) $A=\sin^2 70-\cos^2 50$

33) $A=\tan^2 3x-\tan^2 2y$

34) $A=\sin 2\alpha\tan\alpha+\cos 2\alpha$

35) $A=2\sin^2\alpha+\sqrt{3}\sin 2\alpha-1$

36) $A=\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma+\cos(\alpha+\beta+\gamma)$

37) $A=\cos^2\alpha+\cos^2 2\alpha+\cos^2 3\alpha+\cos^2 4\alpha-2$

38) $A=\sin x+\sin y+\sin(x+y)$

39) $\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma+\cos(\alpha+\beta+\gamma)=4\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}.\cos\dfrac{\beta+\gamma}{2}.\cos\dfrac{\gamma+\alpha}{2}$

40) $A=\dfrac{\cos\alpha+2\cos 2\alpha+\cos 3\alpha}{\sin\alpha+2\sin 2\alpha+\sin 3\alpha}$

41) $A=\dfrac{\cos 3\alpha-\cos 5\alpha}{\cos 3\alpha+\cos 5\alpha}-\dfrac{\cos 2\alpha-\cos 4\alpha}{\cos 2\alpha+\cos 4\alpha}$

42) $A=\dfrac{\sin\alpha+\sin 3\alpha}{\sin 4\alpha}-\dfrac{\sin\alpha}{\sin 2\alpha}$

43) $A=\cos(\alpha+\beta).\cos\gamma+\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma-\sin(\alpha+\beta)\sin\gamma$

44) $A=\sin a+\sin b+\sin c-\sin(a+b+c)$

45) $A=1+2\sin\alpha-\cos 2\alpha$

46) $A=\dfrac{\sin^2\alpha-\sin^2\beta}{(\cos\alpha+\cos\beta)^2}$

47) $A=\dfrac{2\sin 2x-1}{2\sin 2x+\sqrt{3}}$

48) $A=\dfrac{\cot g^2\theta+9\tan^2\theta-6}{\cot g^2\theta+\tan^2\theta+2}$

49) $A=\dfrac{1-\sin y+\cos y}{1+\sin y+\cos y}$

50) $A=(\sin x+\sin 2x+\sin 3x)^3-\sin^3 x-\sin^3 2x-\sin^3 3x$

مثال) درستی هر یک از تساوی های زیر را بررسی کنید .

51) $\dfrac{\sin(a-b)}{\sin a.\sin b}+\dfrac{\sin(b-c)}{\sin b.\sin c}+\dfrac{\sin(c-a)}{\sin c.\sin a}=0$

52) $\sin 10+\sin 50-\sin 70=0$

53) $\cos 20+\cos 100+\cos 140=0$

54) $\cos 47-\cos 61-\cos 11+\cos 25=\sin 7$

55) $\sin 87 - \sin 59 - \sin 93 + \sin 61 = \sin 1$

56) $\tan 30 + \tan 40 + \tan 50 + \tan 60 = \dfrac{8\cos 20}{\sqrt{3}}$

57) $\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \sin(\alpha+\beta).\sin(\alpha-\beta)$

58) $\cos^2\alpha - \sin^2\beta = \cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)$

59) $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$

60) $\sin^2\alpha - \sin^2\beta + \sin^2(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta.\sin(\alpha-\beta)$

61) $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3}\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) = 2\sin 2x$

62) $\sin 75 - \sqrt{3}\cos 75 - 1 = -4\sin(7.5)\cos(22.5)$

63) $\cos 80 + \cos 40 - \cos 20 = 0$

64) $\tan\left(11^\circ,15'\right) + \tan\left(33^\circ,45'\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2\cos\left(11^\circ,15'\right)\cos\left(33^\circ,45'\right)}$

65) $\cos 36 + \sin 36 = \sqrt{2}\cos 9$

66) $\tan 55 + \tan 35 + 2 = \dfrac{4\sin^2 80}{\sin 70}$

67) $\cot g\dfrac{x}{2} - \cot gx = \dfrac{1}{\sin x}$

68) $\dfrac{1}{\sin x} + \dfrac{1}{\sin 2x} + \cdots + \dfrac{1}{\sin 2^n x} = \dfrac{\sin\left(2^n - \dfrac{1}{2}\right)x}{\sin 2^n x.\sin\dfrac{x}{2}}$

69) $1 + \dfrac{1}{4}\sin^2 2\alpha - \sin^2\beta - \cos^4\alpha = \sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$

70) $\tan 81 - \tan 27 - \tan 63 + \tan 9 = 4$

71) $\dfrac{\sqrt{2} - \cos\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \tan\left(\dfrac{\alpha}{2} - \dfrac{\pi}{8}\right)$

72) $\tan\alpha + \tan\beta + \tan\gamma - \dfrac{\sin(\alpha+\beta+\gamma)}{\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma} = \tan\alpha.\tan\beta.\tan\gamma$

73) $1 + \sqrt{3}\cos a + \cos 2a = 4\cos a \cdot \cos\dfrac{a+30^\circ}{2} \cdot \cos\dfrac{a-30^\circ}{2}$

74) $\sin 2x\left(1+\tan x.\tan 2x\right)=\tan 2x$

75) $\dfrac{\tan 3x+\tan x}{\tan 3x-\tan x}=2\cos 2x$

76) $\cos 10-\cos 130+\cos 110=2\sin 40$

77) $2\cos 32-\tan\dfrac{\pi}{3}=-4\sin 31\sin 179$

78) $\cos^2\left(x+y\right)+\cos^2\left(x-y\right)-\cos 2x\cos 2y=1$

79) $\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\alpha+3\pi\right)+\sin\left(\alpha+\dfrac{5\pi}{3}\right)=0$

80) $\sin^2 x+\sin^2 2x+\sin^2 4x-\dfrac{3}{2}=-2\cos 2x.\cos\left(30+3x\right)\cos\left(30-3x\right)$

81) $\dfrac{\sin a+\sin 3a}{\sin 4a}-\dfrac{\sin a}{\sin 2a}=\dfrac{2\sin a}{\sin 4a}$

مثال82) اگر $f\left(x\right)=\sin x+\cos x+\sin 3x+\cos 3x$ باشد، آنگاه $\dfrac{f\left(x\right)}{\cos x}$ را بدست آورید .

مثال83) اگر x و y دو کمان نامساوی در فاصله $\left(0,\pi\right)$ باشند و $\sin x-\sin y=\sin\dfrac{x-y}{2}$ باشد، اندازه $x+y$ را بدست آورید .

مثال84) اگر $\log_2\left(\sin 10^\circ\right)=a$ باشد، مقدار $\log_2\dfrac{\sin 20^\circ+\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ}$ را بدست آورید .

مثال85) اگر $a+b=60^\circ$ باشد، حاصل $\dfrac{\cos^2 a-\sin^2 b}{\cos\left(a-b\right)}$ را بدست آورید .

مثال86) اگر a و b و c سه جملهٔ متوالی یک دنباله عددی با قدر نسبت d باشند $\cos a+\cos c$ را بدست آورید .